ESERCIZI SUI LIMITI DI FUNZIONE - II PARTE

Calcolare (quando esistono) i seguenti limiti di funzione.

(a) $\lim_{x\to 0} \frac{e^{\sqrt{1+x}} - e^{e^x}}{\sin x}$

(b) $\lim_{x\to 0} \frac{(\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2}) \sin (x + \frac{x^2}{2})}{x \tan x}$

(c) $\lim_{x\to +\infty} e^{-3x} \left(e + \frac{1}{x+1}\right)^{3x} \frac{x^2+2x}{x^4 \sin(\frac{1}{x^2})}$

(d) $\lim_{x\to 2} \frac{\tan (x^2-4) + 1 - e^{4(x-2)}}{\sin (x-2)}$

(e) $\lim_{x\to +\infty} \left(1 + \sin\left(\frac{1}{x}\right)\right)^{\log x}$

(f) $\lim_{x\to 0} \frac{\arctan (x^2 - x) + e^x - \sqrt{(1+x^2)^3}}{\sin x - x}$

(g) $\lim_{x\to 0^+} \frac{1 - e^{\tan x} + \sin(\log(1+x))}{1 - \sqrt[3]{\cos(x^2)}}$

(h) $\lim_{x\to 0} \frac{1 - e^{\sin x - x} - \frac{1}{2}(\tan x - x)}{\log(1 + \frac{x^5}{3})}$

(i) $\lim_{x\to 0} \frac{\sin(x^4)}{e^{\cos x - 1} - 1 + \frac{1}{2}\log(1+x^2)}$

(j) $\lim_{x\to 0^+} (1 + \log(1+x))^{\frac{e^x}{x}}$

Calcolare al variare del parametro α i seguenti limiti di funzione:

(k) $\lim_{x\to 0^+} \frac{e^{\sqrt{x^3+4}} - e^2}{x^\alpha}, \quad \alpha \in \mathbb{R}$

(l) $\lim_{x\to 0^+} \frac{2\cos(x - 3x^2) - \sqrt{4-x^2}}{(x - \sin x)^\alpha}, \quad \alpha \in \mathbb{R}^+$

(m) $\lim_{x\to 0^+} \frac{e^{2x^\alpha} - \sqrt{1+x^2} + \frac{\sin(x^2)}{2}}{1 - \cos(x^2)}, \quad \alpha \in \mathbb{R}^+$

(n) $\lim_{x\to +\infty} \left(e - e^{\cos(\frac{1}{x})}\right)^\alpha \sqrt{x}, \quad \alpha \in \mathbb{R}^+.$

(o) $\lim_{x\to +\infty} \frac{\left(1 - e^{\frac{1}{x}\sin(\frac{1}{x}))}\right)\left(1 + \frac{1}{x}\right)^{2x}}{\sqrt{1 + \frac{1}{x^\alpha}} - 1} \quad \alpha \in \mathbb{R}^+$

Soluzioni: (a) $-e/2$, (b) 0, (c) $e^{3/e}$, (d) 0, (e) 1, (f) -3, (g) $-\infty$, (h) $-9/40$, (i) -12, (j) e, (k) 0 per $\alpha < 3$, $\frac{e^2}{4}$ per $\alpha = 3$, $+\infty$ per $\alpha > 3$, (l) 0 per $0 \leq \alpha < 2/3$, $\frac{-3\sqrt[3]{36}}{4}$ per $\alpha = 2/3$, $-\infty$ per $\alpha > 2/3$, (m) $+\infty$ per $0 \leq \alpha < 4$, $17/4$ per $\alpha = 4$, $1/4$ per $\alpha > 4$, (n) $+\infty$ per $0 \leq \alpha < 1/4$, $e^{1/4}$ per $\alpha = 1/4$, 0 per $\alpha > 1/4$, (o) 0 per $0 \leq \alpha < 2$, $-2e^2$ per $\alpha = 2$, $-\infty$ per $\alpha > 2$.